

Les Journées AMURE 2009: restitution du GdR AMURE, 27-28 mai 2009, Brest

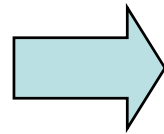
Invasion biologique d'une pêcherie par un compétiteur spatial: optimisation dynamique du programme de contrôle

Marjolaine Frésard et Jean Boncoeur

**Travail présenté à la 14^e conférence internationale de l'IIFET, Nha
Trang, 22-25 juillet 2008**



Un cas d'étude: une espèce invasive dénuée de valeur marchande (la crépidule) entrant en compétition spatiale avec une espèce native commerciale (la coquille St-Jacques). La compétition est asymétrique.



Une évaluation empirique du programme de contrôle de l'invasion de la baie de St-Brieuc a été présentée à la conférence de l'IIFET 2006.

Dans cette présentation, nous proposons un modèle théorique d'optimisation dynamique.

Plan de la présentation

1. Le problème de la pêcherie envahie
2. Le traitement du problème à l'aide du principe du maximum
3. Existence et stabilité d'une solution stationnaire
4. Conclusion

1. Le problème de la pêche envahie

- Les modèles de contrôle optimal des invasions biologiques relient habituellement le dommage causé par l'invasion à la taille du stock invasif:
 - 1 variable d'état : le stock invasif
 - 1 variable de contrôle : l'effort de contrôle de l'espèce invasive
 - Objectif : minimiser le flux actualisé du dommage et des coûts de contrôle
- Wilman (1996) étudie les dynamiques combinées d'une espèce native à valeur marchande non exploitée et d'une espèce invasive agissant en tant que prédateur:
 - 2 variables d'état : les stocks natif et invasif
 - Fonction objectif et la variable de contrôle : identiques aux précédentes
- Dans notre modèle, nous considérons les dynamiques combinées de 2 stocks exploités, un stock natif ($i = 1$) à valeur marchande et un stock invasif ($i = 2$) dénué de valeur marchande et agissant en tant que compétiteur spatial:
 - 2 variables d'état : les stocks natif et invasif (X_1, X_2)
 - 2 variables de contrôle : l'effort de prélèvement appliqué à chaque stock (E_1, E_2)
 - Objectif: maximiser le flux actualisé du surplus généré par les prélèvements combinés des deux stocks (la rente de ressource de l'espèce native diminuée du coût de contrôle de l'espèce invasive)

Le problème peut s'écrire:

Déterminer: (E_1, E_2) sur $t \in [0; \infty[$

Tel que: $\int_0^{\infty} [(P_1 q_1 X_1 - C_1) E_1 - C_2 E_2] e^{-at} dt \rightarrow \max.$

Sous:

$$\frac{dX_1}{dt} = r_1 X_1 \left(1 - \frac{X_1}{K_{1\max} - \alpha X_2} \right) - q_1 X_1 E_1$$

$$\frac{dX_2}{dt} = r_2 X_2 \left(1 - \frac{X_2}{K_2} \right) - q_2 X_2 E_2$$

$$\left. \begin{array}{l} X_i(0) = X_{i0} \\ 0 \leq E_i \leq E_{i\max} \end{array} \right\} (i = 1, 2)$$

où $K_{1\max}$ représente la capacité de charge de l'écosystème pour l'espèce 1 avant invasion, et $\alpha = K_{1\max} / K_2$.

Conditions additionnelles concernant les valeurs des paramètres:

- ✓ Le niveau initial de chaque stock est positif mais inférieur à sa capacité de charge;
- ✓ La capacité de charge du stock natif juste après l'introduction de l'espèce invasive est supérieure à son niveau minimum permettant une exploitation rentable;
- ✓ Pour chaque stock, la quasi-éradication peut être atteinte, i.e. le niveau maximum admissible de l'effort est suffisamment élevé pour permettre de maintenir le stock à un niveau proche de zéro (mais pas strictement égal à zéro).

2. Le principe du maximum

Le hamiltonien courant:

$$H = (P_1 q_1 X_1 - C_1) E_1 - C_2 E_2 + \varphi_1 \frac{dX_1}{dt} + \varphi_2 \frac{dX_2}{dt}$$

représente, en termes courants, l'impact des décisions d'exploitation présent en t sur la valeur objectif. Les valeurs marginales de ces décisions:

$$\frac{\partial H}{\partial E_1} = P_1 q_1 X_1 - C_1 - \varphi_1 q_1 X_1 \quad \frac{\partial H}{\partial E_2} = -C_2 - \varphi_2 q_2 X_2$$

peuvent être divisées en deux composantes:

- $[P_1 q_1 X_1 - C_1]$ et $-C_2$ sont les "valeurs en banque" unitaires des stocks 1 et 2;
- $\varphi_1 q_1 X_1$ et $\varphi_2 q_2 X_2$ sont les "valeurs en mer" unitaires des stocks 1 et 2.

(les deux valeurs sont négatives pour le stock 2)

Les variables adjointes courantes φ_i ($i = 1, 2$) sont soumises à:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} - a\varphi_i = -\frac{\partial H}{\partial X_i}$$

Le programme de commande optimal:

- maximise H à chaque instant t , sous les contraintes définissant le domaine de la commande admissible.
- vérifie les conditions de transversalités:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_i e^{-at} X_i = 0$$

Comme H est linéaire en E_1 et E_2 , 3 cas sont possibles pour chaque commande en t :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial E_i} > 0 \quad \Rightarrow \quad E_i^* = E_{i \max} \\ \frac{\partial H}{\partial E_i} < 0 \quad \Rightarrow \quad E_i^* = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial E_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_i^* \in [0; E_{i \max}] \end{array} \right\} \quad i = 1, 2$$

... ce qui aboutit à 9 configurations possibles pour le programme de commande optimal à un instant donné t :

Commande E_2	Cas 1 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_2 < 0$	Cas 2 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_2 > 0$	Cas 3 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_2 = 0$
Commande E_1	\Leftrightarrow $-\varphi_2 q_2 X_2 < C_2$	\Leftrightarrow $-\varphi_2 q_2 X_2 > C_2$	\Leftrightarrow $-\varphi_2 q_2 X_2 = C_2$
Cas 1 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_1 < 0$ \Leftrightarrow $P_1 q_1 X_1 - C_1 < \varphi_1 q_1 X_1$	$E_1^* = 0$ $E_2^* = 0$	$E_1^* = 0$ $E_2^* = E_{2\max}$	$E_1^* = 0$ $0 \leq E_2^* \leq E_{2\max}$
Cas 2 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_1 > 0$ \Leftrightarrow $P_1 q_1 X_1 - C_1 > \varphi_1 q_1 X_1$	$E_1^* = E_{1\max}$ $E_2^* = 0$	$E_1^* = E_{1\max}$ $E_2^* = E_{2\max}$	$E_1^* = E_{1\max}$ $0 \leq E_2^* \leq E_{2\max}$
Cas 3 : $\partial\mathcal{H} / \partial E_1 = 0$ \Leftrightarrow $P_1 q_1 X_1 - C_1 = \varphi_1 q_1 X_1$	$0 \leq E_1^* \leq E_{1\max}$ $E_2^* = 0$	$0 \leq E_1^* \leq E_{1\max}$ $E_2^* = E_{2\max}$	$0 \leq E_1^* \leq E_{1\max}$ $0 \leq E_2^* \leq E_{2\max}$

— « valeur en banque » du stock i < « valeur en mer » du stock $i \Rightarrow E_i^* = 0$

— « valeur en banque » du stock i > « valeur en mer » du stock $i \Rightarrow E_i^* = E_{i\max}$

— « valeur en banque » du stock i = « valeur en mer » du stock $i \Rightarrow 0 \leq E_i^* \leq E_{i\max}$

3. Existence et stabilité d'une solution stationnaire

- De part la spécification du modèle, l'éradication complète de l'espèce invasive ou native est impossible.
- La pêcherie peut être stabilisée à des niveaux positifs de biomasse et d'effort si, pour chaque stock, les valeurs « en banque » et « en mer » sont égales:

$$P_1 q_1 X_1 - C_1 = \varphi_1 q_1 X_1 \quad - C_2 = \varphi_2 q_2 X_2$$

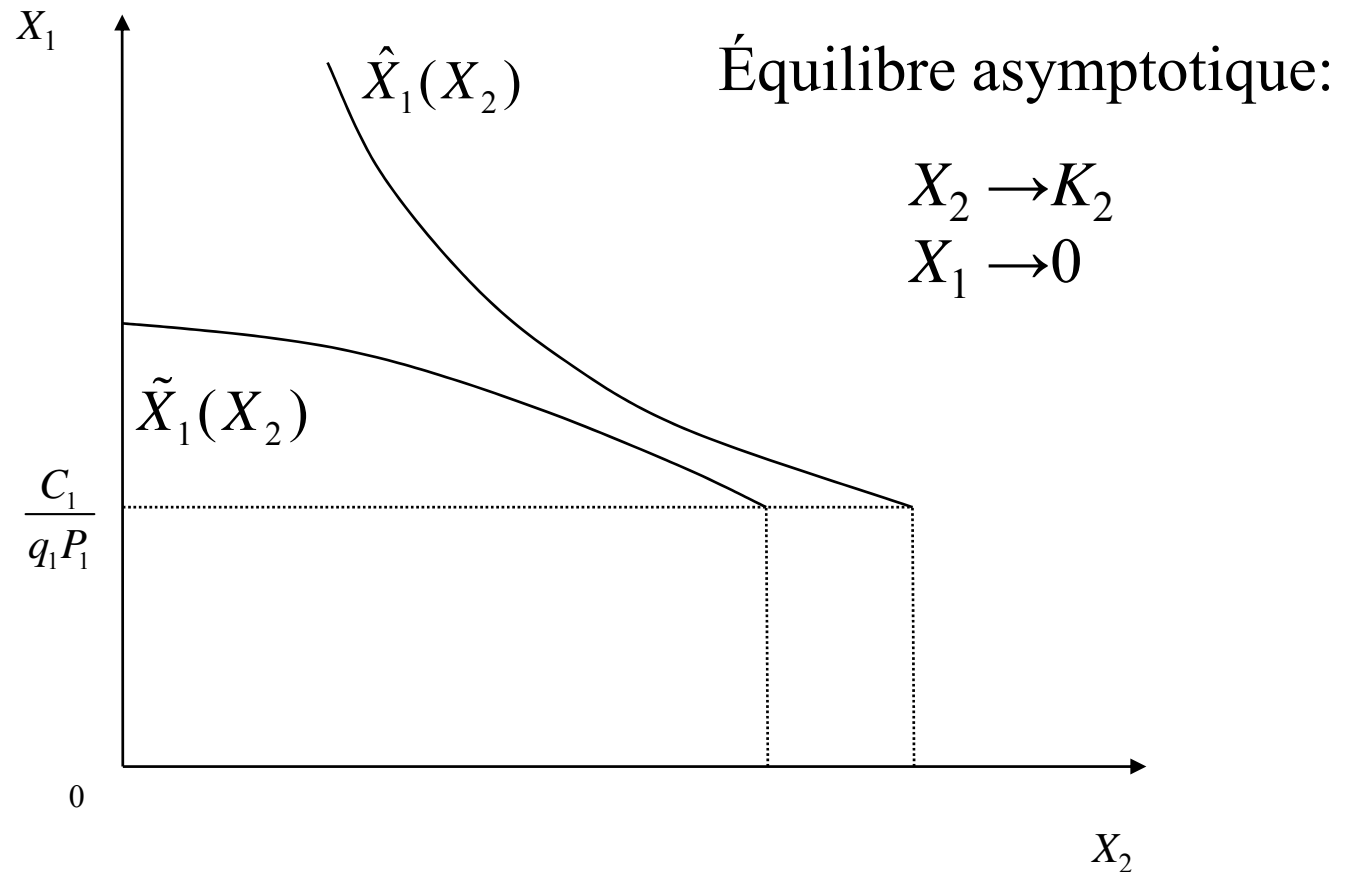
- A partir de ces équations on peut dériver deux courbes:

$$\tilde{X}_1(X_2) \quad \text{and} \quad \hat{X}_1(X_2)$$

représentant respectivement la biomasse native optimale pour un niveau donné de la biomasse invasive, et le niveau de biomasse native qui justifie le coût de contrôle de la biomasse invasive à un niveau donné.

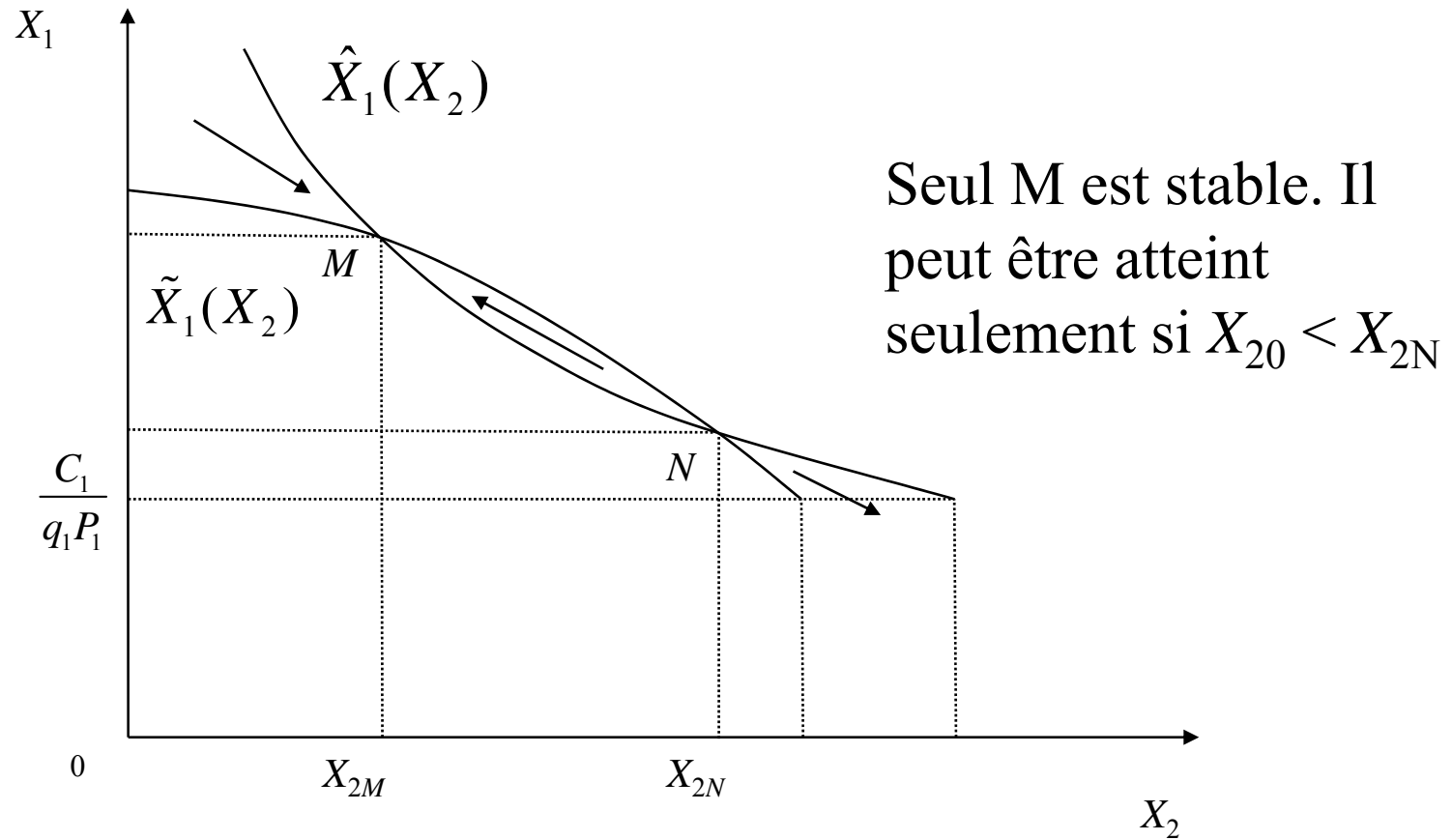
- Une solution intérieure existe si les deux courbes ont un point commun (pas de solution analytique).

1^{er} cas: quasi-éradication du stock natif



Ce cas correspond à une situation où les coûts d'exploitation et/ou le taux d'actualisation sont trop élevés pour contrôler l'invasion.

2^e cas: deux équilibres correspondant à une exploitation combinée des espèces soutenable



A partir de là, pendant le processus de convergence, $E_i(t) = 0$ ou $E_i(t) = E_{i\max}$ ($i = 1, 2$), selon les conditions initiales.

Quand M est atteint $E_i^*(t) = E_{iS}^*$, $0 < E_{iS}^* < E_{i\max}$

4. Conclusion

- Une trajectoire menant à un état stationnaire optimal où l'espèce invasive est contrôlée existe, à condition que les coûts d'exploitation et le taux d'actualisation soient modérés.
- Cependant, cette trajectoire est optimale seulement si le problème de l'invasion est traité suffisamment tôt.
- Dans d'autres circonstances, la trajectoire optimale mène à l'éradication asymptotique de l'espèce native.
- Dans ce cas, la pêche s'arrêtera une fois que l'invasion a atteint un niveau correspondant au seuil de rentabilité de l'exploitation du stock natif.

*Projet concerné: INVABIO 2, MEEDDAT, 2003-2005.

*Publications dans le cadre du projet:

Revue internationale à comité de lecture:

- Frésard M. et Boncoeur J. (2006) “Controlling the biological invasion of a commercial fishery by a space competitor: a bioeconomic model with reference to the bay of St-Brieuc scallop fishery” *Agricultural and Resource Economics Review*, 35(1): 78-97.

- Frésard M. et Boncoeur J. (2006) “Costs and benefits of stock enhancement and biological invasion control: the case of the Bay of Brest scallop fishery” *Aquatic Living Resources*, 19(3): 299-305.

+ un article en préparation en collaboration avec Carole Ropars-Collet (UMR SMART)

Actes de colloque:

- Frésard M, Fifas S. et Guyader O. (2006) “Biological invasion control in a coastal fishery: a bioeconomic analysis of the bay of Saint-Brieuc scallop fishery (France)”. In *Proceedings of the 13th Biennial International Conference of the International Institute of Fisheries Economics and Trade*, IIFET CD-ROM, Portsmouth, UK, 12 p.
- Frésard M. et Boncoeur J. (2004) “Cost-benefit analysis of a project concerning the management of an invasive species in a coastal fishery : the case of *Crepidula fornicata* in the bay of Brest (France)”. In *Proceedings of the 12th Biennial International Conference of the International Institute of Fisheries and Trade*, IIFET CD-ROM, Tokyo, Japon, 10 p.

Rapport de recherche:

- Frésard M. et Boncoeur J. (2005) “Gestion durable de la prolifération d’une espèce invasive aquatique au sein d’un écosystème perturbé : analyse économique de la crépidule en rade de Brest”. *Projet Invabio 2- -Rôle des espèces invasives dans la résistance d’un écosystème côtier face aux perturbations d’origine anthropique (approche d’une gestion globale de l’écosystème) – Rapport final*, UMR AMURE, Université de Bretagne Occidentale, 17 p. + annexes.

Merci!

Photo: Erwan AMICE-CNRS